

Όνοματεπώνυμο:.....

Μάθημα:

Ύλη:

Επιμέλεια διαγωνίσματος :

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ Α

A.1. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση $\alpha_n x^n + \alpha_{n-1} x^{n-1} + \dots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0$, με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0 .

(Μονάδες 9)

A.2. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της.

(Μονάδες 6)

A.3. Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι Σωστή ή με (Λ) αν είναι Λάθος, γράφοντας στην κόλλα το γράμμα που αντιστοιχεί στον αριθμό της πρότασης.

1. Ο βαθμός του αθροίσματος δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών. Σ. Λ.
2. Ισχύει πάντα ότι $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sigma\upsilon\nu x$ για κάθε $x \in R$ Σ. Λ.
3. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών. Σ. Λ.
4. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A , λέμε ότι παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο στο χ_0 όταν: $f(x) > f(\chi_0)$, για κάθε x του A . Σ. Λ.
5. Οι λύσεις της εξίσωσης $\epsilon\phi\chi = \epsilon\phi\theta$ είναι $\chi = 2k\pi + \theta$, με $k \in Z$ Σ. Λ.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β

B1. Να δείξετε ότι: $\eta\mu(\pi+x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \sigma\upsilon\nu(2\pi-x) \cdot \eta\mu\left(\frac{5\pi}{2}-x\right) = 1$
(Μονάδες 9)

B2. Να λυθεί η εξίσωση: $\epsilon\phi^2x + (1-\sqrt{3})\epsilon\phi x - \sqrt{3} = 0$
(Μονάδες 8)

B3. Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης (1) στο διάστημα : $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$
(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω $P(x) = x^3 + 2\alpha x^2 - \alpha^2 x + 2$ πολυώνυμο, $\alpha \in \mathbb{R}$. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρεθεί με το $x - 1$, δίνει υπόλοιπο $3\alpha + 1$.

Γ.1. Να βρείτε τις τιμές του αριθμού α .
(Μονάδες 7)

Γ.2. Για $\alpha = 1$ και πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + x + 1$:

α) Να αποδείξετε ότι το πηλίκο $\pi(x)$ και το υπόλοιπο $\upsilon(x)$ της Ευκλείδειας διαίρεσης του $P(x)$ με το $Q(x)$ είναι $x + 1$ και $-3x + 1$ αντίστοιχα.
(Μονάδες 4)

β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{P(x)+x-2}{Q(x)} \geq 1$
(Μονάδες 8)

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\pi(x) = \sqrt{Q(x)}$
(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = \lambda x^3 - \lambda(1+2\lambda)x^2 + \lambda^2(2-3\lambda)x + 3\lambda^3$, $\lambda \in \mathbb{R}^*$.

Αν το $P(x)$ έχει ρίζα για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού λ , τότε:

Δ1. Να βρείτε τη ρίζα και τις υπόλοιπες ρίζες του.

(Μονάδες 8)

Έστω $\lambda=1$

Δ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{P(x)}$ (Μονάδες 4)

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{2x-6}{P(x)} > \frac{x}{x-1}$ (Μονάδες 5)

Δ4. Να δείξετε ότι όλα τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5x + 24$

δεν έχουν κοινή ρίζα

(Μονάδες 3)

Δ5. Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu^3x + 3 \sigma\upsilon\nu^2x - \eta\mu x = 0$

(Μονάδες 5)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!! ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΤΗΝ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΧΡΟΝΟΥ!!