

Διαγώνισμα Άλγεβρας Α Λυκείου Εξισώσεις - Ανισώσεις Σάββατο 20 Φεβρουαρίου 2021

Θέμα Α

A.1 Να αναφέρετε πόσες και ποιές λύσεις έχει μία δευτεροβάθμια εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, ανάλογα με τις τιμές που παίρνει η Διακρίνουσα της.

(10 μονάδες)

A.2 Να αποδείξετε ότι η δευτεροβάθμια εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ μετασχηματίζεται στη μορφή $x^2 - Sx + P = 0$ με τη βοήθεια των τύπων του Vieta.

(10 μονάδες)

A.3 Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ(Σ) ή ΛΑΘΟΣ(Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Αν x_1, x_2 ρίζες της $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ τότε $x_1 + x_2 = \frac{-b}{2a}$

(β) Η εξίσωση $(\lambda - 1)x = \lambda + 1$ έχει μοναδική λύση $x = \frac{\lambda + 1}{\lambda - 1}$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

(γ) Η ανίσωση $|3x - 6| \leq 0$ έχει μοναδική λύση $x = 2$.

(δ) Ισχύει $d(x, -1) < 3 \Leftrightarrow -4 < x < 2$.

(ε) Αν οι συντελεστές a και γ της $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει 2 άνισες, πραγματικές ρίζες.

(10 μονάδες)

Θέμα Β

B.1 Να λυθούν οι παρακάτω εξισώσεις, ανισώσεις.

(α) $x^4 = 81$

(β) $x^2 - 12|x| + 35 = 0$

(γ) $8 - |2x - 6| \leq \frac{|3 - x| - 4}{2}$

(15 μονάδες)

B.2 Να βρείτε για ποιές τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $\lambda(\lambda - 1)x = (\lambda + 1)(\lambda - 1)$

- (α) Έχει μοναδική λύση.
- (β) Είναι ταυτότητα.
- (γ) Είναι αδύνατη.

(10 μονάδες)

Θέμα Γ

Θεωρούμε την εξίσωση :

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \quad (1)$$

Γ.1 Να αποδείξετε ότι έχει δύο πραγματικές και άνισες ρίζες.

(4 μονάδες)

Γ.2 Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων.

- (α) $x_1 + x_2$
- (β) $x_1 \cdot x_2$
- (γ) $x_1^2 + x_2^2$
- (δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

(8 μονάδες)

Γ.3 Να κατασκευάσετε την εξίσωση 2ου βαθμού που έχει ρίζες τις $\rho_1 = 2x_1$ και $\rho_2 = 2x_2$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης (1).

(5 μονάδες)

Γ.4 Να λύσετε την ανίσωση $1 \leq |x - S| < 4$, όπου S το άθροισμα των ριζών x_1, x_2 της εξίσωσης (1).

Θέμα Δ

Θεωρούμε την εξίσωση

$$x^2 + (\lambda - 5)x - \lambda + 4 = 0, \lambda \in \mathbb{R} \quad (2)$$

Δ.1 Να δείξετε ότι η (2) έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

(5 μονάδες)

Δ.2 Να βρείτε για ποιές τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ οι ρίζες της (2) είναι άνισες και για ποιές είναι ίσες.

(8 μονάδες)

Δ.3 Να βρεθεί για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει $\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} + x_1 + x_2 = -\frac{1}{x_1 + x_2}$

(8 μονάδες)

Δ.4 Να βρείτε για ποιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ η (2) έχει ρίζες αντίθετες.

(4 μονάδες)

Καλή Επιτυχία!