

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τους παρακάτω ορισμούς

- α) άρτια συνάρτηση
 - β) περιττή συνάρτηση
 - γ) ακτίνιο
- (μονάδες 9)

A2. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$, (Μονάδες 6)

A3. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α. $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right) = \dots\dots\dots$ β. $\sigma\upsilon\nu(\pi - \omega) = \dots\dots\dots$ γ. $\epsilon\phi(\pi + \omega) = \dots\dots\dots$

δ. $\sigma\phi(-\omega) = \dots\dots\dots$ ε. $\sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \omega\right) = \dots\dots\dots$ (Μονάδες 5)

A4. Να ελέγξετε αν είναι σωστή ή λανθασμένη καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις γράφοντας τη λέξη **Σωστή** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α) Αν μ είναι οι μοίρες και α τα ακτίνια της ίδιας γωνίας, ισχύει $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{180}$

β) Για οποιαδήποτε γωνία x , ισχύει ότι $|\sigma\upsilon\nu x| \leq 1$.

γ) Δυο παραπληρωματικές γωνίες έχουν ίσα συνημίτονα

δ) Ισχύει $\eta\mu(180 + \omega) = -\eta\mu\omega$

ε) Για τη συνάρτηση f που είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0,8]$ ισχύει $f(1) < f(3)$
(Μονάδες $1 \times 5 = 5$)

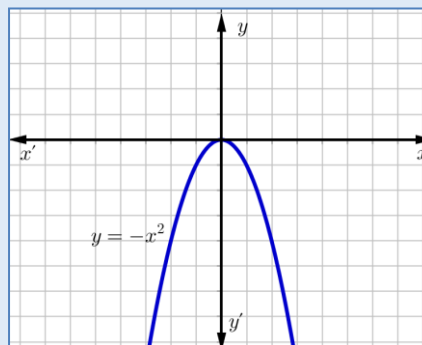
ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

B1) Να αποδείξετε ότι $f(x) = -(x-1)^2 + 2$, $x \in \mathbb{R}$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση f .

(Μονάδες 10)

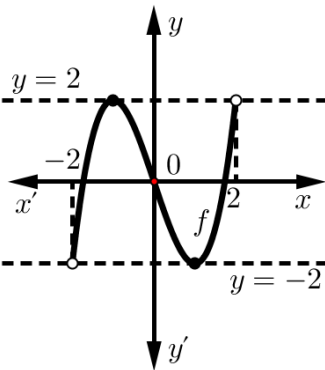


B2) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της f να βρείτε:

- i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη. (Μονάδες 5)
- ii. Το ολικό ακρότατο της f καθώς και τη θέση του. (Μονάδες 5)
- iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης $f(x) = \kappa$, $\kappa < 2$. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 3x, x \in (-2, 2)$



- Γ1) Είναι η f άρτια ή περιττή; Να αποδείξετε αλγεβρικά τον ισχυρισμό σας. (Μονάδες 7)
Γ2) Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση της f , να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της. (Μονάδες 6)
Γ3) Να βρείτε τις θέσεις των ακρότατων της f . (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1) Έστω ότι για μια γωνία ω ισχύουν $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$ και $\eta\mu\omega = \frac{-3}{5}$

i) Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω (Μονάδες 5)

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\eta\mu(180 - \omega) + \sigma\upsilon\nu(90 + \omega)}{\epsilon\varphi(270 + \omega)\sigma\varphi(180 - \omega)}$ (Μονάδες 3)

Δ2 i) Να εκφράσετε την γωνία 210° σε ακτίνια και

να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 210° (Μονάδες 3)

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{\eta\mu 150^\circ + \sigma\upsilon\nu 120^\circ - \epsilon\varphi 135^\circ + \sigma\varphi 30^\circ}{\eta\mu 210^\circ + 4\sigma\upsilon\nu 210^\circ + 3\epsilon\varphi 210^\circ + \sigma\varphi 210^\circ}$$

(Μονάδες 4)

Δ3) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\eta\mu\theta}{1 - \sigma\upsilon\nu\theta} + \frac{\eta\mu\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2}{\eta\mu\theta}$

(Μονάδες 5)

Δ4) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Delta = \frac{\eta\mu\left(\frac{41\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{35\pi}{2} + \theta\right) \cdot \epsilon\varphi(21\pi - \theta)}{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{25\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{5\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(33\pi + \theta)}$

(Μονάδες 5)

Καλή επιτυχία!