

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

09.01.21

ΘΕΜΑ 1)

A. α) Έστω $A(x_0, y_0)$ σημείο του επιπέδου και η ευθεία (ε) διέρχεται από το A και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ . Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της (ε) είναι :

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0).$$

β) Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων.

(Μονάδες 9 + 6)

B. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) καθεμία από τις προτάσεις :

α) Αν ισχύει $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ τότε ισχύει και $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$.

β) Το μέσο M ευθύγραμμου τμήματος AB με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ έχει συντεταγμένες $\left(\frac{x_2 - x_1}{2}, \frac{y_2 - y_1}{2}\right)$.

γ) Η γωνία $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, \pi]$.

δ) Αν οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντίστοιχα τότε ισχύει : $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

ε) Αν μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ τότε η εξίσωση της είναι $y = \lambda x$.

(Μονάδες 5*2)

ΘΕΜΑ 2)

Δίνονται τα διανύσματα : $\vec{u} = (\sqrt{3}, \kappa)$, $\vec{v} = (3, -\sqrt{3})$ με $\kappa > 0$ τα οποία έχουν ίσα μέτρα.

α) Να δείξετε ότι $\kappa = 3$.

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα \vec{u}, \vec{v} είναι κάθετα.

γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{u} + \vec{v}$.

δ) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{u} + \vec{v}$ και \vec{u} .

(Μονάδες 8+5+7+5)

ΘΕΜΑ 3)

Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(2,3), Β(-1,1) και Γ(4,-3).

α) Να δείξετε ότι Δ(7,-1).

β) Να βρεθούν οι εξισώσεις των διαγωνίων ΑΓ και ΒΔ.

γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το σημείο Β και είναι παράλληλη στην ευθεία ΑΓ : $y = -3x + 9$.

δ) Αν Μ είναι το μέσο της ΒΓ να βρεθεί σημείο Λ της ε : $y = -3x - 2$ τέτοιο ώστε τα σημεία Α, Μ, Λ να είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 7+6+5+7)

ΘΕΜΑ 4)

Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ ισχύει ότι :

$$2\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \sqrt{3}\vec{\gamma} = \vec{0}, |\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\beta}| = 2, (\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}) = \frac{\pi}{3}$$

α) Να υπολογίσετε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και να αποδείξετε ότι $|\vec{\gamma}| = 2$.

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma} = -\sqrt{3}$.

γ) Να υπολογίσετε τη γωνία $(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\gamma}})$.

δ) Να αποδείξετε ότι $\frac{|\vec{\alpha} + \vec{\gamma}|}{|\vec{\gamma}|} + \frac{|\vec{\beta} + \vec{\gamma}|}{(\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma})^2} \leq 2$.

(Μονάδες 7+6+6+6)



Επιμέλεια : Μαριτίνα Πιστικίδη, Ηλίας Σπυρόπουλος

Καλή Επιτυχία!