

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ**  
**ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**21.11.2020**

**ΘΕΜΑ 1**

**A)** Πότε ένας αριθμός  $\alpha$  λέμε ότι είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό  $\beta$  ;

**(Μονάδες 5)**

**B)** Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν γνωστές ταυτότητες .

1.  $(\alpha - \beta)^2 =$

2.  $\alpha^2 - \beta^2 =$

3.  $(\alpha + \beta)^3 =$

4.  $\alpha^3 + \beta^3 =$

5.  $\alpha^3 - \beta^3 =$

**(Μονάδες 10)**

**Γ)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

I) Αν  $\alpha = \beta$  και  $\gamma = \delta \Leftrightarrow \alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \delta$  .

II) Αν  $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$  και  $\beta = 0$  .

III) Αν  $\alpha \cdot \beta \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq 0$  και  $\beta \neq 0$  .

IV) Αν  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  θετικοί αριθμοί με  $\alpha > \beta$  και  $\gamma > \delta$  τότε ισχύει πάντα ότι  $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\delta}$  .

V) Αν  $\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2$  για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$ .

**(Μονάδες 10)**

## ΘΕΜΑ 2

**A)** Να αποδείξετε ότι  $(x - \frac{1}{2})^2 + (2y - 1)^2 = x^2 + 4y^2 - x - 4y + \frac{5}{4}$ .

**(Μονάδες 5)**

**B)** α. Να αποδείξετε ότι  $x^2 + 4y^2 - x - 4y + \frac{5}{4} \geq 0$  και να βρείτε τις τιμές των  $x, y$  ώστε να ισχύει η ισότητα του προηγούμενου ερωτήματος.

**(Μονάδες 8)**

**Γ)** Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις :

$$A = \frac{(x^2 - y^2)(x^2 - xy + y^2)}{x^3 + y^3} \text{ και } B = \frac{32 \cdot (x^{-1})^{-2} \cdot (y^{-3} \cdot x^5)^3}{(2x^4 y^{-2})^4}.$$

**(Μονάδες 12)**

## ΘΕΜΑ 3

Αν  $2 < -2x \leq 4$  και  $5 < 2y - 1 \leq 9$ .

**A)** Να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι  $x$  και  $y$ .

**(Μονάδες 4)**

**B)** Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών περιορίζεται κάθε μία από τις ακόλουθες παραστάσεις :

α.  $x - 2y$

β.  $-2xy$

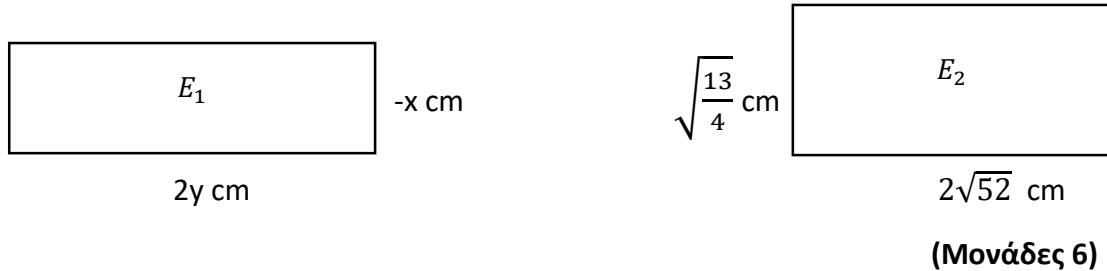
γ.  $\frac{x}{-4y}$

**(Μονάδες 9)**

**Γ)** Να αποδείξετε ότι :  $16 < y^2 + x(x - 2y) \leq 49$

**(Μονάδες 6)**

Δ) Αν  $E_1$  και  $E_2$  τα εμβαδά των δύο ορθογωνίων παραλληλογράμμων του σχήματος να αποδείξετε ότι  $E_1 < E_2$ .



#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι αριθμοί  $K = \alpha(\alpha\beta^2 - 2\beta + \alpha)$  και  $\Lambda = \gamma(9\gamma - 6\alpha)$  για τους οποίους ισχύει  $K + \Lambda + 1 = 0$  με  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathcal{R}$  και  $\alpha, \beta \neq 0$ .

A. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι αντίστροφοι και ότι ο  $\alpha$  είναι τριπλάσιος του  $\gamma$ .

(Μονάδες 8)

Αν  $\alpha\beta = 1$  και  $\alpha = 3\gamma$ :

B. Να αποδείξετε ότι  $\alpha^2 + \beta^2 \geq 2$ .

(Μονάδες 6)

Γ. Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης  $\Pi = \frac{\beta^{-1}(\alpha^2 + \gamma^2)}{\alpha^3}$ .

(Μονάδες 6)

Δ. Να αποδείξετε ότι  $\alpha^2 + 16\gamma^2 + 10\gamma + \alpha\beta \geq 0$ .

(Μονάδες 7)

Επιμέλεια : Γιώργος Δεδελετάκης, Μαριτίνα Πιστικήδη.

**Καλή Επιτυχία!**