

Όνοματεπώνυμο:

Μάθημα: Άλγεβρα Β' Λυκείου

Επιμέλεια διαγωνίσματος: Γιώργος Δεδελετάκης, Μαριτίνα Πιστικίδη, Ηλίας Σπυρόπουλος

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιαδήποτε $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ να αποδείξετε ότι $\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \cdot \log_{\alpha} \theta$

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις αν είναι Σωστές ή Λάθος

1. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει: $f(x_1) < f(x_2)$.

2. Γωνίες που διαφέρουν κατά 180° έχουν αντίθετο ημίτονο και συνημίτονο, ενώ έχουν την ίδια εφαπτομένη και συνεφαπτομένη.

3. Αν το άθροισμα δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι μη μηδενικό πολυώνυμο, τότε ο βαθμός του είναι ίσος με τον μέγιστο βαθμό των πολυωνύμων.

4. Έστω η $f(x) = a^x$ με $a > 1$. Η συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού το \mathbb{R} , σύνολο τιμών το διάστημα $(0, +\infty)$ και είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R} .

5. Έστω $\alpha > 0$ και $\alpha \neq 1$. Αν $\theta_1 \theta_2 > 0$ τότε $\log_{\alpha} \theta_1 - \log_{\alpha} \theta_2 = \log_{\alpha} (\theta_1 - \theta_2)$.

Μονάδες : 15+10=25

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = -x^3 + \alpha x^2 + (\beta - 1)x + 7$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

B1. Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$ και η αριθμητική τιμή του πολυωνύμου $P(x)$ για $x = 2$ είναι ίση με -7 , τότε να βρείτε τα α, β .

Για $\alpha = 3$ και $\beta = -8$

B2. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$.

B3. Να βρείτε το ημίτονο $\pi(x)$ της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x^2 - 1$ και στη συνέχεια να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

B4. Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = \pi(\pi(x+1)) - 10$.

Μονάδες: 6+8+5+6=25

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) + 3\eta\mu(2020\pi + 2x) - \eta\mu(\pi + 2x) + \eta\mu(\pi - 2x)$

G1. Να αποδείξετε ότι $f(x) = 4\eta\mu 2x$.

G2. Να γράψετε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της f , να βρείτε την περίοδο της και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

Γ3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με την ευθεία $y = 2$.

Γ4. Να λύσετε στο διάστημα $[0, \frac{\pi}{2}]$ την εξίσωση $f\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Μονάδες:6+6+6+7=25

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2e^x + 2)$ και $g(x) = \ln 2 + \ln(e^x - 1)$.

Δ1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων f και g .

Δ2. α. Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης f δεν είναι ποτέ κάτω από την γραφική παράσταση της g για $x \in (0, +\infty)$.

β. Ποιο το σημείο τομής των γραφικών παραστάσεων f και g ;

Δ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - \ln 2 = g(x) - x$.

Δ4. Να δείξετε ότι $g\left(\ln\left(e^{\frac{\pi}{5}} + 1\right)\right) + g\left(\ln\left(e^{\frac{3\pi}{10}} + 1\right)\right) = \ln 4$.

Μονάδες:4+(6+3)+7+5=25

Καλή επιτυχία!