

Όνοματεπώνυμο:

Μάθημα: Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Επιμέλεια διαγωνίσματος: Γιώργος Δεδελετάκης , Μαριτίνα Πιστικίδη , Ηλίας Σπυρόπουλος

Αξιολόγηση :

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου με κέντρο  $O(0,0)$  και ακτίνα  $\rho$  στο

σημείο του  $M(x_1, y_1)$  έχει εξίσωση  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$  .

**A2.** Τι ονομάζουμε συντελεστή διεύθυνσης ευθείας ; Όλες οι ευθείες έχουν συντελεστή διεύθυνσης ; Τι ονομάζεται μοναδιαίος κύκλος ;

**A3.** Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή ( Σ )** ή **Λάθος ( Λ )** καθεμία από τις προτάσεις :

α) Το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (-B, A)$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$  .

β) Το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι ίσο με  $\frac{1}{2} \det(\overline{AB}, \overline{A\Gamma})$  .

γ) Η ευθεία  $x = 1$  έχει συντελεστή διεύθυνσης 1.

δ) Η εξίσωση  $x^2 + y^2 = \rho^2$  παριστάνει κύκλο για κάθε  $\rho \in \mathbb{R}$  .

ε) Ένα σημείο  $A(x_1, y_1)$  είναι εσωτερικό ενός κύκλου με κέντρο  $K(x_0, y_0)$  και ακτίνα  $\rho$

αν ισχύει  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 < \rho^2$  .

(Μονάδες 8+7+10)

### ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\Gamma(1, -3)$  του οποίου η πλευρά  $AB$  βρίσκεται στην ευθεία

$$x - 7y + 38 = 0 \text{ και το ύψος } A\Delta \text{ βρίσκεται στην ευθεία } x + 3y - 12 = 0:$$

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $A(-3, 5)$ .

**B2.** Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η πλευρά  $B\Gamma$  και να δείξετε ότι  $B(4, 6)$ .

**B3.** Να βρείτε τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων των πλευρών  $AB$  και  $A\Gamma$ .

**B4.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25.$$

**B5.** Να βρείτε την εφαπτομένη ( $\varepsilon$ ) του κύκλου  $C$  στο σημείο  $A$  καθώς και η απόσταση του σημείου  $\Gamma$  από αυτήν.

( Μονάδες  $4+4+5+7+5$  )

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται τρίγωνο με κορυφές τα σημεία  $A(2\lambda - 1, 3\lambda + 2)$ ,  $B(1, 2)$  και  $\Gamma(2, 3)$  με  $\lambda \neq -2$ .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι η κορυφή  $A$  κινείται σε ευθεία της οποίας να βρείτε την εξίσωση.

**Γ2.** Αν  $\lambda = 1$  να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  και στην συνέχεια να βρείτε τον κύκλο με κέντρο το σημείο  $A$  ο οποίος εφάπτεται στην ευθεία  $B\Gamma$ .

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$  παριστάνει κύκλο ( $C$ ) του οποίου να βρείτε κέντρο και ακτίνα . Στην συνέχεια να δείξετε ότι η ευθεία ( $\varepsilon$ ):  $3x + 4y + 8 = 0$  τέμνει τον κύκλο σε δύο σημεία  $A, B$  και να βρείτε το μήκος  $AB$  .

( Μονάδες 4+9+12 )

### **ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η εξίσωση ( $C$ ):  $x^2 + y^2 = 2(\eta\mu\theta)x + 2(\sigma\upsilon\nu\theta)y$  ,  $\theta \in \mathbb{R}$  .

**Δ1.** Να δείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε κέντρο και ακτίνα .

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι καθώς το  $\theta$  μεταβάλλεται στο  $\mathbb{R}$  , το κέντρο  $K$  του κύκλου ( $C$ ) κινείται επίσης σε έναν κύκλο ( $C_1$ ) .

**Δ3.** Να δείξετε ότι η ευθεία ( $\varepsilon$ ):  $(\eta\mu\theta)x + (\sigma\upsilon\nu\theta)y = 2$  εφάπτεται στον κύκλο ( $C$ ) για κάθε  $\theta \in \mathbb{R}$  .

**Δ4.** Θεωρούμε το σημείο  $M(3,4)$  . Αφού βρείτε την σχετική του θέση ως προς τον κύκλο ( $C_1$ ) , να βρείτε την μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση του  $M$  από τον ( $C_1$ ) .

( Μονάδες 6+6+6+7 )

### **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

**Βασίλης Παπαδάκης Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β Λυκείου**

**Ιδιοκατασκευές**