

Ονοματεπώνυμο:

Μάθημα: Μαθηματικά Προσανατολισμού Β Λυκείου

Επιμέλεια διαγωνίσματος: Γιώργος Δεδελετάκης, Μαριτίνα Πιστικίδη, Ηλίας

Σπυρόπουλος

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δείξετε ότι η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι παράλληλη στο διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$.

A2. Να δώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις αν είναι Σωστές ή Λάθος

1. Η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ είναι πάντα εξίσωση ευθείας.

2. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα $\Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$.

3. Η εξίσωση $(x + x_0)^2 + (y + y_0)^2 = \rho^2$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ .

4. Αν A, B, Γ είναι οι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$ τότε το εμβαδόν του είναι $(AB\Gamma) = |\det(\vec{AB}, \vec{AG})|$.

5. Το γινόμενο $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \vec{\gamma}$ παριστάνει αριθμό.

Μονάδες : 9+6+10=25

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν :

$$2\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} = (8, 6)$$

$$3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (-3, 14) \text{ και } \vec{\gamma} = (-1, 9).$$

B1. Να βρεθούν τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.

B2. Για $\vec{\alpha} = (1, 4)$ και $\vec{\beta} = (3, -1)$ να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

α. $(\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}) \vec{\gamma}$

β. $(\vec{\alpha} - \vec{\beta})(\vec{\alpha} + \vec{\gamma})$

γ. $\vec{\alpha}^2 + \vec{\beta}^2$

B3. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό λ ώστε το $\vec{\delta} = (\lambda, -2\lambda - 14)$ να είναι παράλληλο με το $\vec{\gamma}$.

B4. Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό κ ώστε το $\vec{u} = (\kappa, 4)$ να είναι κάθετο με το $2\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$

Μονάδες: 6+(3+3+3)+5+5=25

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - y^2 - 4\lambda y - 2\lambda x - 3\lambda^2 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

β. Έστω $\varepsilon_1: x - y - 3\lambda = 0$ και $\varepsilon_2: x + y + \lambda = 0$, οι παραπάνω ευθείες, να βρείτε το σημείο τομής M (σε συνάρτηση με το λ).

γ. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του σημείου M .

Γ2. Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$, η εξίσωση της ευθείας όπου πάνω της βρίσκεται το ύψος AK είναι η $x + y - 5 = 0$, ενώ η εξίσωση που πάνω της βρίσκεται η διάμεσος AM του τριγώνου είναι η : $3x + 2y - 14 = 0$. Οι συντεταγμένες των κορυφών A και Γ είναι : $A(4,1)$ και $\Gamma(5,7)$. Να δείξετε ότι :

α. Οι συντεταγμένες της κορυφής B είναι $B(-1,1)$

β. Η εξίσωση του ύψους BL είναι : $x + 6y - 5 = 0$.

Μονάδες: (6+4+3)+(6+6)=25

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + 2\lambda x - \lambda y - 5 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε λ πραγματικό.

Δ2. Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου.

Δ3. Να δείξετε ότι οι κύκλοι που περιγράφει η παραπάνω εξίσωση διέρχονται από δύο σταθερά σημεία τα οποία και να βρείτε.

Δ4. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων.

Μονάδες: 5+5+9+6=25

Καλή επιτυχία!