Ονοματεπώνυμο: ………………………………………………………………

Μάθημα: ………………………………………………………………

Υλη: ………………………………………………………………

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ………………………………………………………………

Αξιολόγηση : ………………………………………………………………

ΘΕΜΑ Α

Α1) Αν η εξίσωση $αx^2 +βx +γ=0$ με $α,β,γ \in R$, $α\neq 0$ έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς x_1, x_2 να αποδείξετε ότι :

$x_1 + x_2 = \frac{-β}{α}$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{γ}{α}$ **(15 μονάδες)**

Α2) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως Σωστό ή Λάθος :

α) Για κάθε πραυματικό αριθμό α ισχύει $\sqrt{α}^2 = α$

β) Αν $α\neq β$, τότε η εξίσωση $(α-β)\cdot x = β-α$ έχει μοναδική λύση την $x = -1$

γ) Η εξίσωση $α^2x^2 -2αx +2 =0$, $α\neq 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες

δ) Η ανίσωση $0x < 2$ είναι αδύνατη

ε) Η εξίσωση $x^5 + x = 0$ έχει τρείς λύσεις άνισες

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Β1) Να λύσετε τις ανισώσεις :

$-x^2 + 2x + 8 \geq 0$ και $|2x - 1| > 3$ **(9 μονάδες)**

Β2) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων του ερωτήματος Β1 **(6 μονάδες)**

Β3) Είναι γνωστό ότι η μία ρίζα της εξίσωσης $x^4 - 5x^2 + \alpha = 0$ είναι ο αριθμός -2.

α) Να δείξετε ότι $\alpha=4$

β) Να βρείτε τις υπόλοιπες ρίζες της παραπάνω εξίσωσης

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις :

$A= \sqrt{2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}$ και

$B= |x^2 + 4x + 7| - |x^2 + 4x + 4|$

Γ1) Να αποδείξετε ότι $x^2 + 4x + 7 > 0$ για κάθε πραγματικό αριθμό x και να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων Α , Β

Για $A=2$ και $B=3$: **(8 μονάδες)**

Γ2) Να λύσετε την εξίσωση $|Ax - B| = B - Ax$ **(5 μονάδες)**

Γ3) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3\lambda x - 4 = 0$, $\lambda \in R$

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in R$

β) Αν η μία ρίζα της εξίσωσης ισούται με το τετραπλάσιο του τετραγώνου της άλλης ρίζας , τότε να βρεθούν οι ρίζες και η τιμή του λ .

(4 + 8 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $(\lambda-1)\cdot x^2 - 2\lambda x + 2\lambda$, $\lambda \neq 1$

Δ1) Να δείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι $\Delta = -4\lambda^2 + 8\lambda$ **(5 μονάδες)**

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες :

Δ2) Η ανίσωση $(\lambda-1)\cdot x^2 - 2\lambda x + 2\lambda < 0$, $\lambda \neq 1$ αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό x. **(7 μονάδες)**

Δ3) Το τριώνυμο έχει πραγματικές ρίζες . **(6 μονάδες)**

Δ4) $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 - 5 = 0$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου . **(7 μονάδες)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ