

Όνοματεπώνυμο:

Μάθημα: Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β Λυκείου

Ύλη: Διανύσματα

**Επιμέλεια διαγωνίσματος : Πιστικίδη Μαριτίνα , Σπυρόπουλος Ηλίας , Παπαδάκη
Ελπίδα , Δεδελετάκης Γιώργος , Γαλεράκη Στέλλα**

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ 1) Α. α) Τι ονομάζεται μέτρο ενός διανύσματος $\vec{\alpha} = (x, y)$;

β) Έστω $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία του καρτεσιανού επιπέδου . Αν (x, y) είναι

οι συντεταγμένες του μέσου M του AB , να δείξετε ότι $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

(Μονάδες 3+7)

Β. Να χαρακτηρίσετε ως **Σωστή (Σ)** ή **Λάθος (Λ)** καθεμία από τις προτάσεις :

α) Για δύο αντίρροπα διανύσματα ισχύει η σχέση $|\lambda \cdot \vec{\alpha}| = |\lambda| \cdot |\vec{\alpha}|$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

β) Αν M είναι το μέσο του AB και O σταθερό σημείο του επιπέδου , τότε $OM = \frac{OA - OB}{2}$.

γ) Αν $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$, τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι παράλληλα.

δ) Ισχύει $\vec{\alpha} \nearrow \nearrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}$, $\lambda > 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

ε) Ισχύει $\vec{\alpha} = \vec{\beta} \Leftrightarrow |\vec{\alpha} - \vec{\beta}| = 0$.

(Μονάδες 5*2)

ΘΕΜΑ 2) Α.α) Για τα μη συγγραμμικά διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει $\kappa \vec{\alpha} + \lambda \vec{\beta} = \vec{0}$ με $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$. Να αποδειχθεί

ότι $\kappa = \lambda = 0$

β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και M σημείο της πλευράς $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $BM = 2M\Gamma$.

Να αποδειχθεί ότι $3\vec{AM} = \vec{AB} + 2\vec{AG}$.

(Μονάδες 9+9)

B. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και οι πραγματικοί αριθμοί α, β, γ με $\alpha + \beta + \gamma = 0$. Να αποδειχθεί ότι για τυχαίο σημείο M του χώρου , το διάνυσμα $\vec{v} = \alpha\vec{MA} + \beta\vec{MB} + \gamma\vec{MG}$ είναι σταθερό δηλαδή ανεξάρτητο από την θέση του σημείου M .

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3) A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-3, 4)$ και $\vec{\beta} = (2, 0)$.

α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\kappa} = 2|\vec{\beta}| \cdot \vec{\beta} - |\vec{\alpha}| \cdot \vec{\alpha}$.

β) Να υπολογίσετε το μέτρο $|\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|$.

(Μονάδες 5+5)

B. Δίνονται τα σημεία $A(4, -1)$, $B(-1, 1)$ και $\Gamma(3, 5)$.

α) Αν τα σημεία αυτά αποτελούν κορυφές τριγώνου , να βρείτε το μήκος της διαμέσου AM .

β) Να βρείτε σημείο Δ ώστε το τετράπλευρο $A\Gamma\Delta B$ να είναι παραλληλόγραμμο .

(Μονάδες 4+6+5)

ΘΕΜΑ 4)A. Έστω τρία διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ τέτοια ώστε :

$$3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} = (-2, 9) , \quad \vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (10, -5) \quad \text{και} \quad \vec{\gamma} = (|\vec{\gamma}| - 1, 3) .$$

α) Να βρεθούν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ και να εξετάσετε αν ισχύει $\vec{\alpha} \perp (2\vec{\beta} - 3\vec{\gamma})$.

β) Αν $\vec{\alpha} = (2,1)$, $\vec{\beta} = (-4,3)$ και $\vec{\gamma} = (4,3)$, να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ως **γραμμικό συνδυασμό** των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(Μονάδες 10+5)

Β. Να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες τα διανύσματα $\vec{x} = (1 - \kappa, 2\lambda)$ και

$\vec{y} = (2 - 4\lambda, 2 - \kappa)$ να είναι **ίσα** και στην συνέχεια να γράψετε ένα διάνυσμα αντίρροπο του

\vec{x} τριπλάσιου μέτρου .

(Μονάδες 10)

ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΗ!!!

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΗΓΕΣ :

ΠΑΠΑΔΑΚΗΣ ΒΑΣΙΛΗΣ , ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΠΑΡΛΑΣ ΤΑΣΟΣ , ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΤΕΡΓΙΟΥ Χ. , ΝΑΚΗΣ Χ. , ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ