

Όνοματεπώνυμο:

Μάθημα: **ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ**

Υλη: **ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ**

Επιμέλεια διαγωνίσματος: **ΔΕΔΕΛΕΤΑΚΗΣ ΓΙΩΡΓΟΣ – ΠΙΣΤΙΚΙΔΗ ΜΑΡΙΤΙΝΑ**
ΠΑΠΑΔΑΚΗ ΕΛΠΙΔΑ – ΛΟΥΤΡΑΡΗΣ ΑΝΤΩΝΗΣ

Αξιολόγηση :

ΘΕΜΑ 1) Α. Να δώσετε τους ορισμούς

- α. Γνησίως φθίνουσας συνάρτησης
- β. Άρτιας συνάρτησης
- γ. Ελαχίστου συνάρτησης

(6 μονάδες)

Β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

Συνάρτηση	Πεδίο Ορισμού	Σύνολο Τιμών	Συμμετρία	Περίοδος	Μονοτονία σε διάστημα μιας περιόδου	Ακρότατα σε διάστημα μιας περιόδου
$f(x) = \eta\mu x$						
$f(x) = \sigma\upsilon\nu x$						

(9 μονάδες)

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή ή λανθασμένη κάθε μία από τις παρακάτω :

α. Οι παραπληρωματικές γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο .

β. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3(x-4)^2$ προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της $g(x) = 3x^2$ 4 μονάδες προς τα αριστερά .

γ. Αν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ τότε $\eta\mu x \cdot \epsilon\varphi^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu x > 0$.

δ. Η εξίσωση $\epsilon\varphi x = 3$ είναι αδύνατη .

ε. Ένα γραμμικό σύστημα 2 εξισώσεων με 2 αγνώστους μπορεί να έχει 2 λύσεις .

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2) Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = x^5 + 4x^3$.

α. Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία.

(6 μονάδες)

β. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή.

(6 μονάδες)

γ. Να λύσετε την εξίσωση $f(\sqrt{3}\eta\mu x) = f(\sigma\upsilon\nu x)$ για κάθε $x \in \left[\frac{7\pi}{3}, \frac{19\pi}{3}\right)$

(9 μονάδες)

δ. Να λυθεί η ανίσωση $f(3x) > f(x-1)$

(4 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3) α. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ για την οποία

$$\text{ισχύει } (\sqrt{3} + 2)\eta\mu\varphi - 1 = 2\eta\mu\varphi \quad \text{και} \quad \frac{\pi}{2} < \varphi < \pi .$$

(7 μονάδες)

β. Να αποδείξετε ότι αν $A = \frac{1 + \sqrt{2}\eta\mu\varphi\sigma\upsilon\nu\varphi}{\sigma\varphi\varphi - 4\varepsilon\varphi\varphi}$, τότε $A = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

(4 μονάδες)

γ. Να λύσετε στο διάστημα $[0, 2\pi]$ την εξίσωση $\varepsilon\varphi\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{6}A$

(8 μονάδες)

δ. Να αποδείξετε ότι $\frac{1 - 2\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^2 x} - \frac{1 - 3\eta\mu x}{1 - \eta\mu x} = \frac{3\eta\mu^2 x}{1 - \eta\mu^2 x}$.

(6 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4) Έστω η γνησίως φθίνουσα συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ και η συνάρτηση $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

με $g(x) = \alpha x^3 + \beta x$ για τις οποίες ισχύουν :

- $f^2(0) + f^2(7) - 10f(0) - 6f(7) \leq -34$
- $\frac{3}{g(1)} - \frac{24}{g(2)} = -1$
- $\frac{3g(2) + 4g(1)}{g(1)g(2)} = \frac{4}{3}$

α. Να δείξετε ότι $f(0) = 5$, $f(7) = 3$, $g(1) = 3$, $g(2) = 12$. **(8 μονάδες)**

β. Να βρείτε τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και να δείξετε ότι η $g(x)$ είναι περιττή. **(6 μονάδες)**

γ. Να μελετήσετε την $g(x)$ ως προς την μονοτονία και να δείξετε ότι η συνάρτηση

$(g - f)(x)$ είναι γνησίως αύξουσα . **(6 μονάδες)**

δ. Να λύσετε την ανίσωση $f(f(x^2 + 6x) - 3) < 5$. **(5 μονάδες)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!!!