



Επαναληπτικό διαγώνισμα στα μαθηματικά
προσανατολισμού

Διδάσκοντες : Παπαδάκη Ελπίδα

Νοέμβριος 2018

Θέμα Α :

A1. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ και έστω $x_0 \in R$.

Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0)$.

Μονάδες 10

A2. Έστω $f: A \rightarrow R$. Πότε λέμε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο A ; Πότε η συνάρτηση $f: A \rightarrow R$ είναι άρτια και ποια η γεωμετρική ιδιότητα της γραφικής της παράστασης;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας την λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση :

1. Αν μία συνάρτηση f είναι ορισμένη σε σύνολο της μορφής $(\alpha, x_0) \cup (x_0, \beta)$

τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = l$.

2. Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{x} = 3$.

3. Πάντα ισχύει η ισότητα $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$.

4. Μία συνάρτηση f είναι 1 - 1 αν και μόνο αν δεν υπάρχουν σημεία της C_f με την ίδια τεταγμένη.

5. Αν $f(x)$ είναι μία μηδενική συνάρτηση και $g(x)$ φραγμένη συνάρτηση, τότε

$\lim_{x \rightarrow x_0} (g(x) \cdot f(x)) = 0$.

Μονάδες 2x5

Θέμα Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{1}{e^x - e}$ και $g(x) = \ln x$

B. 1 Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f και g και τη συνάρτηση $f \circ g$.

Αν $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x - e}$, $x \in (0, e) \cup (e, +\infty)$

Μονάδες 7

B.2 Να βρείτε την αντίστροφη της $f \circ g$.

Μονάδες 7

B.3 Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow e} [(x^2 - 3ex + 2e^2)(f \circ g)(x)]$

Μονάδες 6

B.4 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία τομής των C_g και C_f με τους άξονες x' , y' αντίστοιχα.

Μονάδες 5

Θέμα Γ

Θεωρούμε την συνάρτηση f η οποία είναι γνησίως μονότονη και διέρχεται από τα σημεία $A(1, 2016)$ και $B(-2, 1)$

Γ.1 Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της.

Μονάδες 5

Γ.2 Να λύσετε την εξίσωση $f^{-1}(-2015 + f(x^2 - 8)) = -2$

Μονάδες 7

Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = 1 - \ln x$ και $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

Γ.3 Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)$ αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη της.
Μονάδες 6

Γ.4 Αφού υπολογίσετε την συνάρτηση $(g^{-1} \circ f)(x)$, να λύσετε την ανίσωση
 $g^{-1}(f(x)) > 0$.

Μονάδες 7

Θέμα Δ

Δίνεται η περιττή και γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: [0,2] \rightarrow \mathbb{R}$
με $f([0,2]) = [0,2]$.

Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(2,2)$ και ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 f(x) - \eta \mu^2 2x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = 8.$$

Δ1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Μονάδες 6

Δ2. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f .

Μονάδες 6

Δ3. Θεωρούμε επιπλέον την συνάρτηση $g(x) = f^{-1}(2-x) - f^2(x)$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της

Μονάδες 6

Δ4. Να δείξετε ότι $-4 \leq f^{-1}(2-x) - f^2(x) \leq 2$ για κάθε $x \in D_g$.

Μονάδες 7

Καλή επιτυχία!!!