Επαναληπτικό διαγώνισμα στα μαθηματικά προσανατολισμού

Διδάσκοντες : Γιώργος Δεδελετάκης, Μαριτίνα Πιστικίδη

Σεπτέμβρης 2018

Θέμα Α :

Α.1 . Έστω το πολυώνυμο $\mathrm{P}(x)=a_\nu x^\nu+a_{\nu-1}x^{\nu-1}+\cdots\cdots+a_2x^2+a_1x+a_0$ και έστω $x_0\epsilon R$. Να δείξετε ότι $\lim_{x\to x_0}\mathrm{P}(x)=\mathrm{P}(x_0)$.

Μονάδες 7

Α.2 Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό :

<< Αν $\lim_{x\to x_0}|f(x)|=l$, τότε υπάρχει το $\lim_{x\to x_0} f(x)$ και είναι $\lim_{x\to x_0} f(x)=l$ ή $-l$.>>

α. Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

Μονάδα 1

β. Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα (α).

Μονάδες 3

Α.3 Πότε μία συνάρτηση $f\colon A\to R$ λέγεται 1-1 στο Α;

Μονάδες 4

Α.4 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας Σωστό ή Λάθος διπλά στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν μία συνάρτηση f είναι ορισμένη σε σύνολο της μορφής $(\alpha,x_0)\cup(x_0,\beta)$ τότε

$\lim_{x\to x_0} f(x)=l \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0^+} f(x)=l$.

2. Πάντα ισχύει η ισότητα $\lim_{x\to x_0}|f(x)|=\left|\lim_{x\to x_0} f(x)\right|$.

3. Μία συνάρτηση f είναι 1 - 1 αν και μόνο αν δεν υπάρχουν σημεία της C_f με την ίδια τεταγμένη.

4. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R είναι γνησίως φθίνουσα . Ισχύει ότι $f(\alpha) > f(\beta)$ για κάθε $\alpha.\beta \in R$ με $\alpha < \beta$.

5. Αν f^{-1} είναι η αντίστροφη μιας συνάρτησης f , τότε ισχύει η ισοδυναμία $y=f(x)\Leftrightarrow x=f^{-1}(y)$.

Μονάδες 10

Θέμα Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\frac{1}{e^x-e}$ και $g(x)=\ln x$.

Β. 1Να βρείτε τα πεδία ορισμού των f και g και τη συνάρτηση fog.

Μονάδες 7

Αν $(fog)(x)=\frac{1}{x-e}, x\epsilon(0,e)\cup(e,+\infty)$

Β.2 Να βρείτε την αντίστροφη της fog.

Μονάδες 7

Β.3 Να βρείτε το $\lim_{x \to e}[(x^2 - 3ex + 2e^2)(fog)(x)]$

Μονάδες 6

Β.4 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία τομής των C_g και C_f με τους άξονες x′x, y′y αντίστοιχα.

Μονάδες 5

Θέμα Γ

Θεωρούμε την συνάρτηση f η οποία είναι γνησίως μονότονη και διέρχεται από τα σημεία $\mathrm{A}(1,2016)$ και $\mathrm{B}(-2,1)$.

Γ.1 Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της.

Μονάδες 5

Γ.2 Να λύσετε την εξίσωση $f^{-1}\left(-2015+f\left(x^2-8\right)\right)=-2$

Μονάδες 7

Έστω οι συναρτήσεις $f(x)=1-\ln x$ και $\mathrm{g}(x)=\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

Γ.3 Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x)$ αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη της .

Μονάδες 6

Γ.4 Αφού υπολογίσετε την συνάρτηση $\left(g^{-1}\circ f\right)(x)$, να λύσετε την ανίσωση $g^{-1}\left(f(x)\right)>0$.

Μονάδες 7

Θέμα Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f: R \rightarrow R, g: R \rightarrow R, h: (0, +\infty) \rightarrow R$ για τις οποίες ισχύουν :

- f γνήσια αύξουσα στο R και $f(R) = R$
- g(x)=(fof)(x)+$f^3(x), x \in R$
- $g(h(x) - x + 1) - g(lnx + 1) = 0, x > 0$

Δ1. Να δείξετε ότι η g είναι γνήσια αύξουσα στο R και ότι ισχύει $g\left(f^{-1}(x)\right) = x^3 + f(x)$.

Μονάδες 7

Δ2. Αν είναι $f(1) = 1$, να λύσετε την ανίσωση $x^3 > 2 - f(x)$.

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης h και να δείξετε ότι είναι 1-1.

Μονάδες 6

Δ4. Αν $h(x) = \ln x + x,\ x > 0$ να λύσετε την εξίσωση $\ln x^2 - 2\sqrt{x} = \ln x - 2x,\ x > 0$.

Μονάδες 6

- Διαβάστε προσεκτικά τις εκφωνήσεις και προσέξτε ιδιαίτερα τη διαχείριση του χρόνου

- Διάρκεια 3 ώρες

Καλή επιτυχία!!!