

# Άλγεβρα Α' Λυκείου

## Διαγώνισμα

### Θέμα Α

**A.1** Να αποδείξετε ότι  $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ . Πότε ισχύει η ισότητα ;

**Μονάδες 8**

**A.2** Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού  $\alpha$ .

**Μονάδες 4**

**A.3** Ποια εξίσωση λέγεται διτετράγωνη ;

**Μονάδες 3**

**A.4** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί στη κάθε πρόταση.

1. Ισχύει ότι  $d(x, -1) = |x - 1|$ .
2. Για κάθε πραγματικό αριθμό ισχύει  $\sqrt{\alpha^2} = \alpha$ .
3. Η ευθεία  $y = x$  είναι η διχοτόμος των γωνιών  $\widehat{xOy}$  και  $\widehat{x'Oy'}$ .
4. Το συμμετρικό του σημείου  $A(3, 2)$  ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το σημείο  $B(3, -2)$
5. Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{2}{x^2 + 1}$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 10**

### Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 5|x| + 6}{|x| - 3}$ .

**B.1** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

**Μονάδες 4**

**B.2** Να αποδείξετε ότι  $f(x) = |x| - 2$ .

**Μονάδες 8**

**B.3** Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της  $f$  με τους άξονες.

**Μονάδες 6**

**B.4** Να λύσετε την εξίσωση

$$(f(x) + 2)^2 - 4f(x) - 5 = f(2).$$

**Μονάδες 7**

### Θέμα Γ

Δίνεται το τριώνυμο  $A = x^2 - (\lambda + 2)x + 9$ , το οποίο έχει ρίζα το 3.

**Γ.1** Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 4$ .

**Μονάδες 8**

**Γ.2** Να λύσετε την ανίσωση  $|4 - 2x| - \sqrt{A + 2x - 5} < 2$ .

**Μονάδες 8**

**Γ.3** Να λύσετε την εξίσωση  $(2x - 1)^2 + 5\sqrt{4x^2 - 4x + 1} + 3 = 9$ .

**Μονάδες 9**

### Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda + 5$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

**Δ.1** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει διακρίνουσα

$$\Delta = 4\lambda^2 - 12\lambda - 16.$$

**Μονάδες 6**

**Δ.2** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

**Μονάδες 6**

**Δ.3** Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε οι ρίζες να είναι αντίθετες.

**Μονάδες 6**

Έστω  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωση  $f(x) = 0$ .

**Δ.4** Αν  $d(x_1, x_2)$  η απόσταση των ριζών των πραγματικών αριθμών, να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ισχύει

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{24}.$$

**Μονάδες 7**

***Καλή Επιτυχία !***