

Όνοματεπώνυμο:.....

Μάθημα: ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Ύλη : ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Επιμέλεια διαγωνίσματος: ΔΕΔΕΛΕΤΑΚΗΣ Γ.

Αξιολόγηση :.....

ΘΕΜΑ 1

A1. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+c=0$ με $a \neq 0$ να δείξετε

$$\text{ότι : } x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{και} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} .$$

A2. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

i) Η εξίσωση $kx^2 - x + 2 = 0$ έχει μία λύση για την τιμή $k = \frac{1}{8}$ και μόνο.

ii) Για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$ ισχύει: $|a + b| \leq |a| + |b|$

iii) Αν η εξίσωση $-(1 + |a|)x^2 + bx + c = 0$ έχει δύο ρίζες ομόσημες τότε $c > 0$.

iv) Η απόσταση των αριθμών a, b είναι ίση με $|b - a|$.

v) Αν η εξίσωση $a|x-2| + 4|b| = 4 + b^2$ με $a \neq 0$ έχει ρίζα το 2, τότε θα είναι $b = 2$ ή $b = -2$.

(Μονάδες 10+15=25)

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το τριώνυμο $4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε τη διακρίνουσα του τριωνύμου και το πρόσημό της για διάφορες τιμές του λ .

B2. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες:

α) Το τριώνυμο έχει δύο ρίζες άνισες.

β) Ισχύει $4x^2 - 4\lambda x + 5\lambda \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

B3. Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή του λ , για την οποία το τριώνυμο έχει δύο ρίζες

$$x_1, x_2 \text{ με } x_1 + x_2 = x_1 x_2 - 1.$$

(Μονάδες 5+10+10=25)

ΘΕΜΑ 3

Αν η εξίσωση $kx^2 + (k+1)x + 9 = 0$ έχει ρίζα το -3 , τότε:

Γ1. Να βρείτε την τιμή του πραγματικού k .

Γ2. Για την τιμή του k που βρήκατε, να λυθεί η εξίσωση.

Γ3. Αν η εξίσωση $5x^2 - 12x + \frac{3\lambda - 6}{6} + 4 = 0$ με $\Delta > 0$, έχει δύο ρίζες ετερόσημες, να δείξετε ότι $\lambda < -6$.

Γ4. Να λύσετε τις εξισώσεις: α. $(x+1)^4 - 16 = 0$ β. $8x^5 + x^2 = 0$

γ. $(x+1)^3 - 16x = 48$ δ. $x^{10} + 81 - x^4 = 81x^6$

(Μονάδες 3 + 3 + 6 + (3 + 3 + 3 + 4) = 25)

ΘΕΜΑ 4

Δ1. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - 4x + 3$.

Δ2. Αν $x \in (1, 3)$, να λύσετε την ανίσωση $\left| x^2 - 4x + 3 \right| + x^2 - 1 < 4$.

Δ3. Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζεται η παράσταση $B = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$ και στην συνέχεια να την απλοποιήσετε .

Δ4. Να λύσετε την εξίσωση $\left| B \cdot (x^2 - 9) \right| = B \cdot (x^2 - 9)$.

(Μονάδες 5+8+6+6=25)

ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!