

Όνοματεπώνυμο: .....

Μάθημα: .....

Υλη: .....

Επιμέλεια διαγωνίσματος: .....

Αξιολόγηση : .....

## Μαθηματικά

### ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ (2)

#### Θέμα 1<sup>ο</sup>

A. α. Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται :

- i. γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της ;
  - ii. γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της ;
- β. Πότε μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέμε ότι παρουσιάζει :
- i. ολικό μέγιστο στο  $x_0 \in A$  ;
  - ii. ολικό ελάχιστο στο  $x_0 \in A$  ;

B. Έστω  $f$  μια  $1 - 1$  συνάρτηση. Να εξηγήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις  $C$  και  $C'$  των συναρτήσεων  $f$  και  $f^{-1}$  αντίστοιχα, είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία  $y = x$ .

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή ( $\Sigma$ ) ή λανθασμένη ( $\Lambda$ ) καθεμία από τις επόμενες προτάσεις :

- i. Ο κύκλος αποτελεί γραφική παράσταση συνάρτησης.
- ii. Το σύνολο τιμών μιας συνάρτησης  $f$  είναι το σύνολο των τεταγμένων των σημείων της γραφικής της παράστασης.
- iii. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f$  και  $-f$  είναι συμμετρικές ως προς τον άξονα  $x'x$ .
- iv. Αν  $f$  είναι μια συνάρτηση, τότε τμήματα της γραφικής παράστασης της  $|f|$  βρίσκονται κάτω από τον άξονα  $x'x$ .

### Θέμα 2<sup>ο</sup>

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & \text{αν } x < 1 \\ x^3 + 3, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}$

- i. Να αποδείξετε ότι η  $f$  αντιστρέφεται,
- ii. Να ορίσετε τη συνάρτηση  $f^{-1}$ .

### Θέμα 3<sup>ο</sup>

Δίνεται μια γνησίως μονότονη συνάρτηση  $f: R \rightarrow R$  με σύνολο τιμών το  $R$  και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία  $A(1,5)$  και  $B(3,2)$ .

- i. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της  $f(x)$ ,
- ii. Να αποδείξετε ότι ορίζεται η  $f^{-1}$  και ότι είναι γνησίως φθίνουσα,
- iii. Να λύσετε την ανίσωση  $f^{-1}(3 + f(x^2 + x - 3)) < 1$ .

### Θέμα 4<sup>ο</sup>

Για μια συνάρτηση  $f: R \rightarrow R$  ισχύει ότι :  $(f \circ f)(x) + f(x) = x$  για κάθε  $x \in R$ .

Αν η  $f$  έχει σύνολο τιμών το  $R$ , να αποδείξετε ότι :

- i. Η  $f$  είναι αντιστρέψιμη,
- ii.  $f(x + f(x)) = x$  για κάθε  $x \in R$ ,
- iii.  $f(0) = 0$ ,
- iv. Η εξίσωση  $f(x) + x = 0$  έχει μοναδική λύση, την οποία να βρείτε.

**GO FOR IT !**



**GOOD LUCK !**

Καινοτόμος Μάθηση