

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΕΠΑΛ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Σάββατο 26/11/16

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

Θέμα Α

A.1 Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x^2$ είναι $f'(x)=2x$.

Μονάδες 10

A.2 Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ενά διάστημα του πεδίου ορισμού της ;

Μονάδες 5

A.3 Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο.

Μονάδες 2

β. Ισχύει ότι $(\sin x)' = \eta \mu x$.

Μονάδες 2

γ. Για κάθε συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A και για $x_0 \in A$ ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

Μονάδες 2

δ. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους A , τότε και η $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο A και ισχύει $(f(x) \cdot g(x))' = f(x)' \cdot g(x)'$.

Μονάδες 2

ε. Ισχύει ότι $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

B.1 Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}, \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{25-x^2}{x^2-6x+5}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-x}{x^4-1}$$

Μονάδες 7

B.2 Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραγώγους :

$$F(x) = x^2 e^x, \quad g(x) = \frac{x-1}{x^3}, \quad h(x) = 5x^2 + 7x - 6, \quad \varphi(x) = (3x-1)\sqrt{x}.$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με:

$$F(x) = 3x^2, x \in \mathbb{R} \text{ και } g(x) = x^2 - x$$

Γ.1 Να ορίσετε την $\varphi(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

Μονάδες 7

Γ.2 Να αποδείξετε ότι $[\lim_{x \rightarrow 2} \varphi(x)]^2 - 2016 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 36$

Μονάδες 8

Γ.3 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x$ (συνχ+ημχ)

Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση :

$$f''(x) - 2f'(x) + 2f(x) = 0$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Έστω η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2+a}{x+2} + \sqrt{3}$.

Δ.1 Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 3

Δ.2 Να αποδείξετε ότι η παραγωγός της συνάρτησης f είναι

$$f'(x) = \frac{x^2+4x-a}{(x+2)^2}, x \neq -2.$$

Μονάδες 5

Δ.3 Αν $a=5$ να βρείτε τα κοινά σημεία της f με τον άξονα y'

Μονάδες 2

Δ.4 Δίνεται η συνάρτηση $g(x) \begin{cases} \frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+3}-2} & \text{αν } x \neq 1 \\ 2 & \text{αν } x = 1 \end{cases}$ να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι συνεχής στο 1.

Μονάδες 15

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία

περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει. Μολύβι επιτρέπεται, και μόνο για πίνακες, διαγράμματα κλπ.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 11.00 π.μ

