

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ1

A) Αν $\vec{a}, \vec{\beta} \notin y'y$ και $\lambda_1 = \lambda_{\vec{a}}, \lambda_2 = \lambda_{\vec{\beta}}$ τότε $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$

(Μονάδες 5)

B) Να γράψετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$

(Μονάδες 5)

Γ) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις .

i) $\vec{a} \uparrow \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{\beta} = \dots\dots\dots$

ii) $\vec{a} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \dots\dots\dots$

iii) Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(x_0, y_0)$ και είναι παράλληλη στο άξονα $y'y$ έχει εξίσωση : $\dots\dots\dots$

iv) Αν $\lambda \cdot \vec{a} = \vec{0}$ τότε $\dots\dots\dots$ ή $\dots\dots\dots$

v) $\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{\beta} = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 5)

Δ) Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

i) Ισχύει ότι $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$

ii) Για οποιαδήποτε διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ ισχύει ότι $(\vec{a} \cdot \vec{\beta}) \vec{a} = |\vec{a}|^2 \cdot \vec{\beta}$

iii) Αν οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 έχουν συντελεστές διεύθυνσης λ_1 και λ_2 αντιστοίχως τότε $\epsilon_1 \perp \epsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

iv) Αν $\lambda \cdot \vec{a} = \mu \cdot \vec{a}$ και $\vec{a} \neq \vec{0}$ τότε $\lambda = \mu$

v) Αν $\vec{a} // \vec{\beta}$ τότε $\vec{a} = \lambda \cdot \vec{\beta}$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ2

Οι ευθείες $\epsilon_1 : y = \mu x + \mu - 7$ και $\epsilon_2 : y = \frac{\mu - 6}{9} x + 2\mu$ είναι κάθετες

Να βρείτε :

i) τον αριθμό μ

(Μονάδες 7)

ii) το σημείο τομής A των ϵ_1 και ϵ_2

(Μονάδες 9)

iii) τον αριθμό a , ώστε η ευθεία $\zeta: y = ax + a - 19$ να διέρχεται από το σημείο A

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ3

A) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, \lambda)$ και $\vec{\beta} = (-3, 4 - \lambda)$ με $\lambda \in \mathbb{R}$ για τα οποία ισχύει $(\vec{a} + \vec{\beta}) \perp (13\vec{a} + 3\vec{\beta})$

i) Να βρείτε τον αριθμό λ

(Μονάδες 3)

ii) Να βρείτε για ποια τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 5\vec{a} + 2\vec{\beta}$ είναι κάθετο στο $\vec{\delta} = (\mu, \mu - 8)$

(Μονάδες 4)

B) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$ με $|\vec{a}| = |\vec{\beta}| = 1$ και $\widehat{(\vec{a}, \vec{\beta})} = 120^\circ$.

Θεωρούμε επιπλέον τα διανύσματα $\vec{v} = \vec{a} - \vec{\beta}$ και $\vec{u} = 2\vec{a} + 4\vec{\beta}$.

i) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$.

(Μονάδες 4)

ii) Να βρείτε τα μέτρα $|\vec{v}|$ και $|\vec{u}|$.

(Μονάδες 5)

iii) Να βρείτε τη γωνία $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}$.

(Μονάδες 4)

iv) Να βρείτε το κ , ώστε να ισχύει $(\vec{v} + \vec{u}) \perp (3\vec{a} + \kappa\vec{\beta})$.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ4

Δίνεται το σημείο $A(-3, 2)$ και το διάνυσμα $\vec{a} = (2\mu, 5 - \mu)$, $\mu \in \mathbb{R}$ για το οποίο ισχύει $|\vec{a}| = \sqrt{20}$

α) Να αποδείξετε ότι $\mu = 1$.

(Μονάδες 5)

β) Να βρείτε την ευθεία (ϵ) που διέρχεται από το A και είναι παράλληλη στο διάνυσμα \vec{a}

(Μονάδες 5)

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής B και Γ της (ϵ) με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

(Μονάδες 7)

δ) Αν (ζ) είναι η μεσοκάθετη του τμήματος BΓ, να βρείτε τα σημεία της (ζ) με τους άξονες

(Μονάδες 8)

