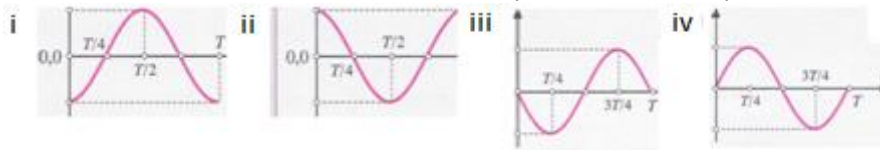


# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ – εξισώσεις, δυναμική, ενέργεια

## ΘΕΜΑ 1 (μονάδες 25)

**A)** Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή  $t = 0$  βρίσκεται στη θέση της μέγιστης θετικής απομάκρυνσης. Σε ποιο από τα διπλανά διαγράμματα απεικονίζεται η απομάκρυνση, σε ποιο η ταχύτητα και σε ποιο η επιτάχυνση του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο;



**B)** Για μια απλή αρμονική ταλάντωση ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Η περίοδος  $T$  εξαρτάται από το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης.
- Η τιμή της περιόδου  $T$  καθορίζεται από τη μάζα  $m$  του σώματος που κάνει ταλάντωση και από τη σταθερά επαναφοράς  $D$ .
- Κάθε ταλαντούμενο σύστημα έχει συχνότητα που δίνεται από τη σχέση  $f = 1/2\pi\sqrt{D/m}$
- Όταν για ένα σύστημα διπλασιάσουμε το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης, τότε θα διπλασιαστεί και η περίοδό της.

**Γ)** Η επιτάχυνση ενός σώματος το οποίο εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση:

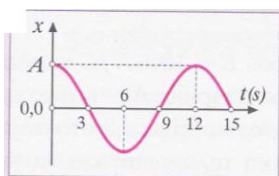
- έχει φορά πάντα αντίθετη από τη φορά της ταχύτητας,
  - είναι μηδέν όταν η ταχύτητα είναι μηδέν,
  - ελαττώνεται κατά μέτρο όταν αυξάνεται η κινητική ενέργεια ταλάντωσης,
  - ελαττώνεται κατά μέτρο όταν αυξάνεται η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
- Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Δ)** Ένα σώμα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- Στη θέση ισορροπίας είναι:  $x = 0$ ,  $v = \omega A$ ,  $a = 0$ ,  $U = 0$  και  $K = 1/2 m v_{\max}^2$
- Στις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης είναι:  $x = \pm A$ ,  $v = 0$ ,  $a = \omega^2 A$ ,  $U = \frac{1}{2} D A^2$  και  $K = 0$ .

iii) Στις θέσεις μέγιστης απομάκρυνσης είναι:  $x = \pm A$ ,  $v = 0$ ,  $a = 0$ ,  
 $U = \frac{1}{2} DA^2$  και  $K = 0$ .

Ε) Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η γραφική παράσταση του παρακάτω σχήματος δείχνει πώς μεταβάλλεται η απομάκρυνση  $x$  του σώματος από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με τον χρόνο.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- i) Τη χρονική στιγμή  $t = 12$  s η απομάκρυνση  $x$  είναι μέγιστη.
- ii) Τη χρονική στιγμή  $t = 3$  s η δύναμη επαναφοράς είναι μηδέν.
- iii) Τη χρονική στιγμή  $t = 6$  s η ταχύτητα του σώματος είναι μέγιστη.
- iv) Τη χρονική στιγμή  $t = 12$  s το μέτρο της επιτάχυνσης είναι μέγιστο.

## ΘΕΜΑ 2 (μονάδες 25)

Α) Στην μία απλή αρμονική ταλάντωση, με περίοδο  $T$  και πλάτος  $A$ , για να πάει το σώμα από την θέση ισορροπίας  $O$  ( $x = 0$ ) στην ακραία θέση  $P$  ( $x = +A$ ), απαιτείται χρόνος  $\Delta t = T/4$ . Ποια από τις επόμενες προτάσεις, που αναφέρονται στην ταλάντωση αυτή, είναι σωστή; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

- i) Για να πάει το σώμα από τη θέση  $x = 0$  στη θέση  $x = +A/2$  απαιτείται χρόνος ίσος με  $\Delta t/2 = T/8$ .
- ii) Για να πάει το σώμα από τη θέση  $x = +A/2$  στη θέση  $x = +A$ , απαιτείται χρόνος ίσος με  $\Delta t = T/8$ .
- iii) Το διάστημα από την  $x = 0$  μέχρι την  $x = +A/2$  το διανύει το σώμα σε μικρότερο χρόνο απ' ό,τι το διάστημα από την  $x = +A/2$  μέχρι την  $x = +A$ .
- iv) Το διάστημα από την  $x = +A/2$  μέχρι την  $x = +A$  το διανύει το σώμα σε χρόνο μικρότερο από  $T/8$ .

μονάδες 8

Β) Για μια απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης  $x = A\eta\mu\omega t$  ποιες από τις επόμενες σχέσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες. Να αιτιολογήσετε την απάντησή της.

- |                                                 |                                                    |
|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| i) $u = \omega A \eta \mu \omega t$             | ii) $a = -\omega^2 A \sigma \upsilon \nu \omega t$ |
| iii) $D = m \omega^2 \eta \mu \omega t$         | iv) $\Sigma F = m a$                               |
| v) $\Sigma F = -m \omega^2 A \eta \mu \omega t$ | vi) $a = -\omega^2 \chi$                           |
| vii) $\Sigma F = -D x$                          | viii) $u = \pm \omega \sqrt{A^2 - \chi^2}$         |

μονάδες 8

Γ) Να αποδείξετε ότι σε μια απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης  $\chi = A \eta \mu \omega t$  το μέτρο της δύναμης επαναφοράς σε μια θέση όπου το μέτρο της ταχύτητας είναι  $u$  δίνεται από τη σχέση

$$F = m \omega \sqrt{v_{\max}^2 - v^2}$$

όπου  $m$  η μάζα του σώματος που κάνει ταλάντωση,  $\omega$  η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης και  $v_{\max}$  η μέγιστη ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 9

### ΘΕΜΑ 3 (μονάδες 25{6,6,6,7})

Ένα σώμα μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωσης πλάτους  $A = 1 \text{ m}$  και συχνότητας  $f = 2 \text{ Hz}$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  διέρχεται από την θέση  $\chi = A/2$  με αρνητική ταχύτητα. Να βρείτε:

- i) την αρχική φάση της ταλάντωσης.
- ii) τον ελάχιστο απαιτούμενο χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το σώμα στην Θ.Ι για πρώτη φορά.
- iii) τις θέσεις όπου η κινητική ενέργεια ταλάντωσης είναι τριπλάσια από την αντίστοιχη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης.
- iv) Να γράψετε την σχέση που συνδέει την επιτάχυνση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση

### ΘΕΜΑ 4 (μονάδες 25{5,4,8,8})

Σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο, δεμένο στα άκρα δύο όμοιων ελατηρίων σταθεράς  $k = 32 \text{ N/m}$ . Απομακρύνουμε το σώμα κατά  $\Delta \chi = 0,1 \text{ m}$  από την αρχική του θέση στη διεύθυνση των ελατηρίων και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο.

- i) Να αποδείξετε ότι το σώμα θα κάνει απλή αρμονική ταλάντωση.

ίίί) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης από τη Θ.Ι., της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης επαναφοράς του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο

ίν) να κάνετε τις παραπάνω γραφικές παραστάσεις

ν) να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της απομάκρυνσης από τη Θ.Ι. και τον ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας όταν  $x = 0,05\text{m}$